

# Cadre de référence



ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE  
SECONDAIRE

avenue E. Mounier 100 – 1200 BRUXELLES

## Mathématique

1<sup>er</sup> degré différencié

D/2008/7362/3/11



# Table des matières

Table des matières.....	3
Introduction.....	5
Pourquoi un cadre de référence au 1 <sup>er</sup> degré différencié ?.....	5
Objectif général du cours de mathématiques .....	7
Des activités, des situations, des problèmes, des contenus .....	7
Des connaissances structurées .....	7
Des compétences .....	8
Outils .....	8
Jeux et tableaux de nombres .....	9
Objectifs visés dans les activités.....	9
Directives et commentaires.....	10
Compétences.....	10
Problèmes de la vie courante.....	11
Objectifs visés dans les activités.....	11
Directives et commentaires.....	12
Compétences.....	12
Représentation de données.....	13
Objectifs visés dans les activités.....	13
Directives et commentaires.....	13
Compétences.....	14
Géométrie.....	15
Objectifs visés dans les activités.....	15
Directives et commentaires.....	16
Compétences.....	16
Quelques situations-problèmes .....	17
1. Modifier l’affichage.....	17
2. Les nombres en Chine .....	17
3. Il y a un truc ! .....	19
4. Tous les produits possibles .....	20
5. Choisir la bonne opération.....	21
6. Utiliser une calculatrice .....	21
7. Graduations.....	22
8. Calculer le prix en fonction du poids.....	24
9. Utiliser un support pour déterminer un pourcentage .....	25
10. Réaliser une enquête .....	26
11. Quatre triangles rectangles isocèles .....	27



# INTRODUCTION

## Pourquoi un cadre de référence au 1<sup>er</sup> degré différencié ?

Le nouveau décret organisant le 1<sup>er</sup> degré différencié entre en application au 1<sup>er</sup> septembre 2008 et met fin par le fait même aux programmes de 1<sup>ère</sup> B (première Accueil) ainsi qu'aux programmes expérimentaux du 1<sup>er</sup> degré de base (2008-2009) et de la 2P (2009-2010). Il réserve désormais les années de différenciation du premier degré aux seuls élèves non porteurs du CEB et se donne pour objectif principal la maîtrise, en une ou plusieurs années, des socles de compétences visées à 12 ans et l'octroi du CEB. Cette redéfinition du public et des objectifs ainsi que la nouvelle grille horaire justifient l'écriture d'un nouveau document appelé cadre de référence. A l'intérieur de chaque discipline, il renverra à des outils spécifiques pour la mise en œuvre des apprentissages.

### Contexte d'application

Le premier degré différencié vise prioritairement l'obtention du CEB. Cet objectif doit se développer selon 3 axes : la socialisation, l'apprentissage et l'orientation. Ces 3 axes se conjuguent dans le travail de la classe.

### La socialisation.

Les élèves qui fréquentent le premier degré différencié ont souvent connu l'échec et ont souvent une mauvaise image d'eux-mêmes.

Pour (re)donner sens à leur présence à l'école et développer leur confiance en eux, il est important de travailler en concertation avec ses collègues.

Offrir des perspectives de (re)-motivation c'est aussi : décroisonner les cours, mener des projets, rendre acteurs les élèves pour favoriser au maximum l'intégration des apprentissages menés dans les différentes disciplines.

Contribuer tous ensemble à construire les compétences de base reste le challenge de ce parcours différencié afin de donner à l'élève une meilleure chance d'intégration au sein de notre société.

### L'apprentissage.

Plusieurs aspects s'avèrent importants :

### **Etablir la notion de diagnostic.**

Pour chaque activité, il sera important de mettre en lumière ce que l'élève est invité à apprendre ; lui permettre en fin de séquence, d'avoir une approche qui va l'aider à se situer, faire le point sur ses apprentissages et sur la manière dont il évolue.

Il existe plusieurs outils diagnostiques ou méthodes qui permettent à l'élève de se structurer progressivement et qui sont proposés dans les disciplines.

### **Donner du sens aux apprentissages.**

Permettre aux élèves de percevoir en quoi ces apprentissages pourront être réinvestis et seront utiles pour poursuivre leur formation.

### **Créer des liens entre les disciplines.**

Renforcer l'habileté des élèves en leur offrant de nouveaux contextes, rebondir ou prendre appui sur les apprentissages déjà effectués pour s'en servir, aller un pas plus loin.

### **L'orientation**

L'apprentissage et l'orientation sont indissociables ; il s'agit d'une élaboration progressive et évolutive.

Les compétences du jeune évoluent et les enseignants doivent l'aider à en prendre conscience.

L'objectif sera d'informer l'élève de son niveau de maîtrise, d'identifier les aptitudes pour l'aider à s'engager dans une voie qui favorise son épanouissement, au sein du degré.

Nous invitons les équipes pédagogiques à mener une réflexion collective autour de cette approche du développement de l'élève. Sans elle, il est difficile d'imaginer un succès réel du parcours différencié.

# OBJECTIF GÉNÉRAL DU COURS DE MATHÉMATIQUES

Ce cadre de référence organise le travail de l'élève autour de quatre chapitres :

- Jeux et tableaux de nombres
- Problèmes de la vie courante
- Présentation de données
- Géométrie

Chaque chapitre conduit l'élève à acquérir certaines compétences-socles. Il est construit pour que l'enseignant puisse aider l'élève à trouver ou retrouver des fils conducteurs, à extraire l'essentiel, à fixer ce qui servira dans la vie sociale, les autres disciplines, les cours de mathématique ultérieurs.

Dans la colonne de gauche de chaque tableau (en première page du chapitre), on trouve des suggestions d'activités, des situations et des problèmes qui se prêtent à une exploration mathématique en rapport avec les notions qu'il s'agit d'enseigner. La colonne de droite, reprend les contenus qui sont introduits, travaillés ou utilisés lors des activités.

## Des activités, des situations, des problèmes, des contenus

Faire des mathématiques, à quelque niveau que ce soit, c'est avant tout exercer une activité de l'esprit qui cherche à répondre à des questions. Dans la mesure où l'enseignant stimule les échanges, incite à la confrontation des résultats et des méthodes, cette activité développe les capacités de communication, donne accès à des formes de langage qui élargissent les horizons des élèves.

## Des connaissances structurées

Les concepts essentiels doivent être travaillés dans des parcours dont la progression est facilement identifiable par les élèves. Ils seront consignés dans des documents de synthèse qui couvrent l'ensemble du degré, auxquels chacun peut se référer aussi souvent que nécessaire.

Les synthèses doivent structurer les acquis autour de quelques « noyaux » :

- Le système de numération, l'écriture décimale, les conversions d'unités.
- Les propriétés des opérations utiles pour le calcul mental.
- Les opérations écrites et les propriétés qui s'y rapportent.
- Les mesures de grandeurs (fractions et décimaux) et les opérations sur ces mesures.
- Les représentations de données (graphiques, tableaux de nombres, pourcentage).
- Les propriétés utiles à la construction de figures. Le classement de figures selon leurs régularités.

## Des compétences

Chaque module se termine par une liste de compétences. La plupart d'entre elles conduisent au C.E.B. Elles recouvrent les compétences socles à 12 ans. Certaines sont reprises telles quelles, d'autres sont réécrites de façon à ce qu'apparaissent plus clairement les contextes dans lesquelles elles doivent être évaluées.

Les compétences relatives aux domaines mathématiques couverts dans chaque module sont classées en trois catégories que nous explicitons ci-après.

### Expliciter les savoirs et les procédures

« Expliciter » un savoir, une procédure, c'est montrer qu'on en saisit le sens, l'efficacité dans un contexte donné. Le contexte qu'il faut privilégier au premier degré de base est celui de la vie quotidienne. Il est inutile d'implanter des savoirs dont l'élève est incapable de se servir. Mais il faut prendre garde à ne pas maintenir l'élève au niveau de recettes, liées chacune à un seul usage. Certains savoirs et la plupart des procédures induisent des modes de pensée, structurent l'intelligence et donnent accès à une meilleure maîtrise de la réalité. Le « contexte » d'un savoir récent est parfois constitué d'autres savoirs, plus larges, inhérents aux mathématiques elles-mêmes.

### Appliquer une procédure

La maîtrise de procédures calculatoires consiste à articuler une bonne connaissance des propriétés des opérations avec une certaine habileté, c'est une compétence mathématique qu'il importe d'évaluer parfois pour elle-même en vérifiant que l'élève sait organiser ses calculs. En géométrie il s'agit, par exemple, d'utiliser les instruments de dessin ou un logiciel, d'exécuter une suite de constructions.

### Résoudre un problème

Ce qu'il faut évaluer ici, c'est :

- la compréhension de la situation, de l'énoncé.
- la transposition de la situation dans le registre des mathématiques (écrire les opérations, réaliser un graphique, un diagramme, un dessin...).
- la manière de présenter les résultats et de les interpréter.

## Outils

L'outil « jeux et tableaux de nombres »<sup>1</sup> propose 24 fiches destinées aux élèves. Chaque fiche est commentée dans une partie du document destinée à l'enseignant. On y précise les « enjeux » (contenus mathématiques), on fournit des piste pour l'utilisation dans la classe, on indique les compétences travaillées.

L'outil d'accompagnement du cadre de référence<sup>2</sup> propose onze activités qui se rapportent à l'un ou l'autre thème du programme.

---

<sup>1</sup> Jeux et tableaux de nombres Q/2005/7362/3/58

<sup>2</sup> Donner le numéro

# JEUX ET TABLEAUX DE NOMBRES

## Objectifs visés dans les activités

- Lire et écrire les nombres dans un système de numération de position en base 10.
- Calculer habilement avec de petits nombres dans des situations de jeux.
- Comprendre les techniques de calcul mental et écrit, utiliser une calculatrice.

Activités, situations, problèmes	Contenus
<p>Problèmes de dénombrement.</p> <p>Systèmes de numération différents du nôtre (égyptien, babylonien, arabe, grec, maya ...).</p> <p>Décomposition d'un nombre en une somme de produits d'un naturel par une puissance de 10.</p> <p>Jeux et problèmes concernant l'affichage des nombres sur une calculatrice.</p>	<p>Multiplication et division par 10, 100, 1000.</p> <p>Puissances de 10.</p> <p>La droite des nombres.</p> <p>Ordre dans les naturels et les décimaux limités.</p> <p>Ecriture et lecture de nombres dans un système de numération de position. Prolonger le système pour des nombres quel l'on écrit avec une virgule.</p> <p>Problèmes qui font intervenir de petits nombres ou des nombres ronds, explorent les divers aspects d'une même opération et montrent leur sens.</p>
<p>Elaboration de différentes tables.</p> <p>Observation et explication de phénomènes numériques dans des tables, dans le calendrier.</p> <p>Calculs à partir de carrés magiques.</p>	<p>Tables d'addition et de multiplication.</p> <p>Terminologie liée aux opérations : somme, différence, produit, quotient, terme, facteur.</p> <p>Ensembles de nombres pairs, impairs, multiples, carrés, diviseurs.</p> <p>Caractères de divisibilité.</p>
<p>Chaînes de calculs.</p> <p>Comparaison de diverses méthodes de calcul mental.</p> <p>Opérations « à trous ».</p>	<p>Suites d'opérations, rôle des parenthèses.</p> <p>Multiplication d'une somme, d'un produit, par un nombre.</p> <p>Utiliser la soustraction comme réciproque de l'addition et la division comme réciproque de la multiplication pour vérifier un résultat ou pour compléter une opération « à trous ».</p>
<p>Opérations écrites « à trous » qui engagent des nombres assez grands, des nombres qui s'écrivent avec une virgule.</p>	<p>Explication des procédures de calcul écrit : propriétés de la numération et propriétés des opérations.</p> <p>Utilisation de la relation <math>D = dq + r</math> dans le cadre de la division écrite.</p> <p>Place de la virgule dans le résultat : propriétés qui éclairent et expliquent ces règles.</p>

## Directives et commentaires

Bien que les nombres obéissent à des structures contraignantes, ils sont un champ de pensée ouvert à l'imagination : les diverses voies du calcul mental, les jeux de nombres que l'on trouve dans de nombreux ouvrages anciens et dans diverses civilisations en témoignent.

Organiser l'une ou l'autre activité autour de numérations relatives à diverses cultures assure une meilleure maîtrise des principes de la numération de position en base 10. C'est pourquoi, on ne présentera aux élèves que des systèmes qui permettent de mettre ces principes en évidence. Aucune compétence de conversion d'un système à l'autre n'est utile dans ce cadre. On trouvera dans « Jeux et tableaux de nombres » quelques exemples qui illustrent les activités suggérées dans la colonne de gauche du tableau.

On se servira le plus souvent possible d'une calculatrice pour vérifier un résultat, conjecturer une propriété. Il ne s'agit pas de remplacer le calcul mental ni le calcul écrit mais de mettre à la disposition des élèves un outil de maîtrise de leur vie quotidienne, de développer chez eux une plus grande aisance dans l'univers des nombres et des opérations.

## Compétences

### Expliciter les savoirs

Lire, écrire des nombres.

Situer un nombre (naturel, décimal, fraction) sur une droite graduée.

Comparer entre eux des nombres écrits sous des formes différents

Reconnaître les nombres carrés jusque 400.

Compléter une égalité entre deux opérations « à trous ».

### Appliquer une procédure

Reconnaître qu'un nombre est multiple d'un autre, que deux nombres sont premiers entre eux. Calculer mentalement avec de petits nombres, repérer les propriétés utilisées.

Appliquer les procédures de calcul écrit.

Estimer, avant d'opérer, l'ordre de grandeur d'un résultat.

Vérifier le résultat d'une opération.

### Résoudre un problème

Interpréter une situation en la mettant sous une forme qui permet de la traiter avec des outils mathématiques, repérer les opérations qui conviennent.

Choisir, selon le contexte et selon ses propres ressources, le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice.

Utiliser la soustraction comme réciproque de l'addition et la division comme réciproque de la multiplication pour vérifier un résultat ou pour compléter une opération « à trous ».

Vérifier la plausibilité d'un résultat en le rapportant au contexte.

# PROBLÈMES DE LA VIE COURANTE

## Objectifs visés dans les activités

Calculer et comparer des prix à partir de renseignements fournis par des catalogues, des annonces publicitaires, des devis, des factures. Dans ce contexte, utiliser des décimaux, des mesures de grandeurs.

Calculer avec les fractions qui servent à la mesure de grandeurs dans la vie courante.

Activités, problèmes	Contenus
Estimation d'une grandeur, utilisation d'étalons naturels et conventionnels. Lecture de cadrans et de compteurs. Lecture et interprétation d'horaires. Comparaison de grandeurs fractionnées.	Nombres décimaux qui permettent d'écrire des mesures de masse, de longueur, de capacité. Fractions d'une grandeur utilisées dans la vie courante, par exemple les fractions de l'heure.  Conversions d'unités.  Opérations élémentaires sur des fractions simples (par exemple, des fractions dont les dénominateurs sont des diviseurs de 60).
Calcul de prix à partir de catalogues. Taxes, et remises. Contrôle de prix sur des tickets de caisse.	Opérations avec des mesures de grandeurs : montrer comment, en changeant d'unité, en réduisant au même dénominateur, on peut se ramener à de opérations sur des naturels. Utilisation de la calculatrice.  Exploitation et construction d'un tableau de proportionnalité. Calcul de pourcentages.
Problèmes liés à la lecture de factures courantes. Affranchissement du courrier. Tarifs des transports en commun. Problèmes qui conduisent à faire plusieurs opérations avec de nombres assez grands, des nombres qui s'écrivent avec une virgule. Problèmes qui mettent en relation deux grandeurs.	Traduction d'une situation en utilisant le langage mathématique pour la traiter (poser une opération, écrire une relation d'ordre).

## Directives et commentaires

Si on évoque des nombres et si on effectue des opérations, c'est pour trouver réponse à des questions. A leur tour, les contextes dans lesquels on travaille sont sources d'images mentales qui aident à comprendre les propriétés des opérations et éclairent certains mécanismes de calcul mental. Il est aussi efficace pour calculer correctement, de comprendre les techniques de calcul que de multiplier les exercices répétitifs.

## Compétences

### Expliciter les savoirs

Situer un nombre qui comporte moins de trois chiffres après la virgule entre deux autres.

Se servir des préfixes déca, déci, hecto, centi, milli, kilo ..., pour opérer des conversions.

### Appliquer une procédure

Dans des situations qui impliquent des grandeurs, convertir les mesures en choisissant l'unité appropriée.

Appliquer les procédures de calcul écrit pour des nombres qui comportent moins de trois chiffres après la virgule.

Calculer un pourcentage.

Fractionner une grandeur, un nombre.

Additionner, soustraire deux fractions

Estimer, avant d'opérer, l'ordre de grandeur d'un résultat pour des nombres qui comportent moins de trois chiffres après la virgule.

### Résoudre un problème

Traduire une situation de la vie courante en la mettant sous une forme qui permet de la traiter avec les outils mathématiques, construire un tableau de proportionnalité, repérer les opérations qui conviennent.

Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.

Choisir, selon le contexte et selon ses propres ressources, le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice.

Vérifier la plausibilité d'un résultat en le rapportant au contexte.

# REPRÉSENTATION DE DONNÉES

## Objectifs visés dans les activités

Dans des domaines familiers ou à propos de matières liées aux sciences, à l'économie, à l'étude du milieu, décoder les informations fournies par les graphiques, les tableaux de nombres et les diagrammes.

Réaliser une enquête portant sur un échantillon qui ne dépasse pas la centaine d'individus. Présenter les résultats.

Utiliser dans ce contexte les notions et les procédures relatives aux pourcentages, mobiliser à bon escient les propriétés des décimaux et des fractions.

Activités, problèmes	Contenus
Lecture et interprétation de graphiques. Lecture de diagrammes circulaires. Réalisation de graphiques en bâtonnets, de graphiques cartésiens. Convertir un rapport en pourcentage à l'aide de supports visuels.	Calcul de pourcentages : calculer $i$ % d'un nombre.  Convertir en un pourcentage une fraction dont le dénominateur est un diviseur de 100 (après une simplification éventuelle).  Calcul avec des fractions simples.
Réalisation d'une enquête. Présentation des résultats.	Organisation de données dans un tableau. Choix de représentations adaptées à la situation.  Utilisation d'un rapporteur qui se présente sous la forme d'un cercle complet partagé en 100 pour construire un diagramme circulaire.  Calcul d'une moyenne.

## Directives et commentaires

Dans le quotidien, on est parfois, aux prises avec des données nombreuses qu'il faut tenter de saisir et d'interpréter. Mais on rencontre plus souvent des données traitées que des données à traiter. Pour comprendre la portée de ces produits finis et les messages qu'ils véhiculent, il faut avoir fait soi-même les quelques manoeuvres élémentaires qui consistent à passer d'une enquête à une présentation de résultats.

On demande donc de classer les données selon des critères inspirés par les questions que l'on se pose, à les compter, les grouper, comparer une partie des données à d'autres parties, des parties au tout, bref, calculer des pourcentages. Une manoeuvre importante consiste aussi à représenter les résultats graphiquement pour en donner une vue d'ensemble ou pour comparer ce relevé à d'autres.

# Compétences

## Expliciter les savoirs

Lire et interpréter des graphiques, des diagrammes.

## Appliquer une procédure

À partir de données brutes, réaliser un tableau ordonné, un diagramme circulaire, un diagramme en bâtonnets.

## Résoudre un problème

Réaliser une enquête concernant des élèves d'une ou deux classes de l'école, rédiger une ou deux questions dont les réponses conduisent à un tableau de données facile à exploiter, dépouiller les formulaires de réponses, présenter et commenter les résultats.

# GÉOMÉTRIE

## Objectifs visés dans les activités

Coordonner perception visuelle, habileté dans les tracés et raisonnement pour explorer les régularités de certains motifs décoratifs et de figures planes.

Y associer les notions de symétrie et d'agrandissement.

Explorer les propriétés des instruments de dessins et des logiciels qui sont en rapport avec les figures que l'on construit. Organiser ces propriétés dans un ordre logique. Calculer une aire, un périmètre, le volume d'un parallélépipède rectangle.

Activités, problèmes	Contenus
<p>Détermination d'une translation, d'une symétrie orthogonale.</p> <p>Construction sur un papier tramé (quadrillé ou pointé) de l'image d'une figure simple par translation, symétrie orthogonale.</p> <p>Réaliser un agrandissement ou une réduction d'une figure en utilisant un papier quadrillé ou un logiciel de dessin.</p> <p>Figures qui sont leur propre image par une symétrie.</p>	<p>Reconnaissance (à vue ou à l'aide d'un papier transparent) d'une translation, d'une symétrie orthogonale, d'un agrandissement.</p>
<p>Dessin aux instruments de quadrilatères et de triangles.</p> <p>Construction de figures, de motifs décoratifs avec du matériel varié.</p> <p>Réalisation de boîtes, construction de solides simples. Développement du cube, du parallélépipède rectangle.</p>	<p>Axe de symétrie d'une figure plane.</p> <p>Propriétés des triangles et des quadrilatères concernant leurs côtés, leurs angles, leurs diagonales et leurs médianes.</p>
<p>Fractionnement de figures.</p> <p>Comparaison de figures selon leurs périmètres, leurs aires.</p> <p>Problèmes réalistes concernant des longueurs, des superficies.</p> <p>Contenance d'un récipient.</p>	<p>Comparaison, opérations sur les fractions.</p> <p>Périmètre des polygones.</p> <p>Aire du triangle, des quadrilatères.</p> <p>Volume du parallélépipède rectangle.</p>

## Directives et commentaires

Le calcul d'aires et de périmètres doit se faire à partir des notions elles-mêmes sans fournir de formules préalables. On travaillera des situations dans lesquelles il s'agit de comparer des figures selon leur aire ou leur périmètre par report d'une unité ou par des méthodes géométriques (figures que l'on peut décomposer en parties superposables, figures qui ont même complément par rapport à un figure donnée...). L'exemple fourni dans l'outil d'accompagnement contribue à faire saisir les concepts d'aire et de périmètre à partir de figures construites et manipulées par les élèves eux-mêmes.

Réaliser des développements de solides conduit à dessiner des figures planes et à mobiliser certaines de leurs propriétés. Ces exercices développent l'habileté manuelle, le raisonnement et la vision dans l'espace.

## Compétences

### Expliciter les savoirs

Reconnaître les figures qui sont leur propre image par une symétrie orthogonale.

Dans un ensemble de figures données, repérer, par exemple : des figures de même périmètre qui ne sont pas superposables, des figures de même périmètre qui n'ont pas même aire, des figures de même aire qui n'ont pas même périmètre.

### Appliquer une procédure

Déterminer l'axe de symétrie qui envoie un motif sur un autre.

Déterminer le (ou les) axe(s) de symétrie des triangles, des quadrilatères.

Construire sur papier tramé, l'image d'une figure par une symétrie orthogonale.

Construire sur papier quadrillé, l'image d'une figure par un agrandissement ou une réduction.

Utiliser une équerre multifonctions pour tracer des parallèles, des perpendiculaires, mesurer un angle,

Construire un triangle, un quadrilatère à la règle et au compas

Calculer un périmètre, une aire.

### Résoudre un problème

Reproduire une figure ou un motif décoratif en repérant les mesures utiles et en procédant par étapes.

# QUELQUES SITUATIONS-PROBLÈMES

## 1. Modifier l’affichage

Enjeux

Le principe de la numération de position est à la base de la plupart de procédés de calcul.

Cet exemple utilise l’affichage d’une calculatrice pour attirer l’attention sur la valeur de chaque chiffre selon sa position.

Déroulement

Chaque élève dispose d’une calculatrice. Il introduit un nombre de quatre chiffres différents (au choix de l’élève). Il note ce nombre par écrit. Le professeur tire un chiffre au sort, par exemple : 6.

Les élèves dont le nombre comporte un 6 peuvent le faire disparaître ou le remplacer par un zéro. On ne peut pas effacer. Exemples :

- si l’écran affiche 5682, on soustrait 600, l’écran affiche 5082,
- si l’écran affiche 6583, on soustrait 6000, l’écran affiche 583

Le professeur tire un autre chiffre au sort, on procède de la même façon pour le faire disparaître de l’écran et ainsi de suite jusqu’à ce qu’une calculatrice affiche 0. L’élève gagnant montre le nombre choisi et explique comment il a procédé.

Variante : tous affichent un même nombre, donné par le professeur. Il faudra modifier ce nombre, chiffre après chiffre, selon les consignes. Exemples :

- le nombre donné est 4567. Il faut que le 5 soit remplacé par 8. L’élève ajoute 300.
- le nombre donné est 45,67. Il faut que le 6 soit remplacé par 3. L’élève retranche 0,3.

## 2. Les nombres en Chine

Enjeux

Cet exemple porte sur un système de numération qui appartient à la civilisation chinoise. Jadis les chinois écrivaient généralement de haut en bas. Actuellement, ils préfèrent disposer les symboles horizontalement, de gauche à droite.

## Déroulement

Le professeur présente aux élèves une table des cent premiers nombres dans une écriture chinoise. Certains nombres ont été effacés. Il faut essayer de les écrire et trouver ensuite, comment écrire en chinois, les nombres 321 et 438.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
二十一		二十三	二十四		二十六	二十七	二十八	二十九	三十
三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六		三十八	三十九	四十
四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六		四十八	四十九	五十
五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十
六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十
七十一	七十二	七十三	七十四	七十五		七十七	七十八	七十九	八十
八十一	八十二	八十三	八十四	八十五		八十七	八十八	八十九	九十
九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百

On observe que les chinois ont un système de numération de position dans lequel les puissances de 10 sont explicitées dans chaque nombre. Ce système est très proche de notre numération orale. Dans le tableau qui nous occupe, le nombre de dizaines est chaque fois mentionné avant le symbole qui désigne le mot « dizaine », sauf dans la première ligne.

Si l'on veut explorer plus avant ce système de numération, voici un tableau de correspondance qui permet d'écrire des nombres plus grands.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

### 3. Il y a un truc !

#### Enjeux

Cet exemple table sur les régularités du tableau des 100 premiers nombres pour expliquer un tour de magie et exploiter en même temps les propriétés de l'addition. De plus, l'activité se prête à l'introduction de lettres pour exprimer une variable. C'est l'occasion pour le professeur d'observer quels sont les élèves qui intègrent cette capacité et quels sont ceux qui n'en ont qu'une compréhension passive.

#### Déroulement

Un élève sélectionne un nombre dans la table des 100 premiers nombres. On lui demande d'additionner les nombres qui occupent les quatre coins du carré 3 sur 3 qui entoure ce nombre. À partir de ce résultat, le professeur devine le nombre choisi.

L'activité consiste à trouver le « truc » et à l'expliquer. Pour ce faire le professeur donne les consignes suivantes :

Observer les nombres sélectionnés dans le tableau. Ils sont à l'intérieur d'un carré de 3 sur 3.

Additionner les nombres situés dans les coins, et comparer cette somme avec le nombre central.

Recommencer la même expérience avec un autre carré de 3 sur 3 dans la même table. Puis avec un troisième carré.

Quel est le phénomène numérique qui apparaît ?

Une fois que les élèves ont remarqué que la somme vaut quatre fois le nombre du milieu, le « tour de magie » devient un phénomène numérique qui appelle une explication.

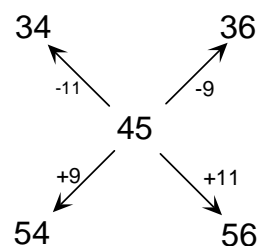
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	37	38	39	40
41	42	43	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	47	48	49	50
51	52	53	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

On part de la comparaison entre le nombre du milieu avec la somme des nombres situés dans les coins.

On écrit l'addition puis on remplace chaque nombre par une somme ou une différence qui fait intervenir le nombre central.

Pour le carré qui a 45 comme centre on a :

$$34 + 56 + 36 + 54 = (45-11) + (45+11) + (45-9) + (45+9).$$



On voit qu'il y a des opérations qui se neutralisent : on retranche 11 puis on l'ajoute. De même pour 9. On a donc :  $34 + 56 + 36 + 54 = 4 \times 39$ .

On fait ensuite le même calcul avec un autre carré de 3 sur 3, par exemple celui qui a 12 comme centre. On écrit :  $1 + 13 + 3 + 21 = (12-11) + (12+11) + (12-9) + (12+9)$ .

On comprend donc pourquoi  $1 + 13 + 3 + 21 = 4 \times 12$ .

Chaque élève recommence avec un autre nombre, le professeur organise un échange de résultats. On examine les différentes égalités en soulignant ce qui varie de l'une à l'autre, on introduit ainsi l'écriture littérale.

Des propriétés analogues apparaissent dans d'autres tableaux de nombres, notamment dans des calendriers.

## 4. Tous les produits possibles

Enjeux

En cours d'activité, on mobilise toutes sortes de multiplications entre nombres naturels. On peut l'utiliser pour revoir le calcul écrit, apprendre à se servir la calculatrice, prévoir l'ordre de grandeur d'un produit et organiser un dénombrement.

Déroulement

Le professeur affiche les cinq cartes ci-dessous et les dispose de deux façons différentes. Selon la disposition, on obtient des produits différents.

1	5	4	x	3
---	---	---	---	---

3	5	x	1	4
---	---	---	---	---

On demande aux élèves de faire un pari quant au nombre de produits possibles. Puis chaque élève en calcule cinq. Les produits différents sont écrits au tableau. Y sont-ils tous ?

Le professeur organise un dénombrement. On commence par relever tous les produits que l'on obtient en multipliant un nombre de trois chiffres par un nombre d'un chiffre. Il y en a 24. Quant aux produits d'un nombre de deux chiffres par un nombre de deux chiffres, il n'y en aura que 12 car, par exemple,  $35 \times 14$  donne le même résultat que  $14 \times 35$ .

On repère la multiplication qui fournit le plus grand produit, puis celle qui donne le plus petit produit.

## 5. Choisir la bonne opération

### Enjeux

Il s'agit de problèmes de la vie courante qui utilisent les quatre opérations. Les problèmes sélectionnés sont variés, ils engagent de petits nombres. L'enjeu principal pour l'élève est de comprendre l'énoncé, d'imaginer la situation évoquée, de déterminer l'opération adéquate et de l'effectuer.

### Déroulement

Le professeur peut répartir les questions entre plusieurs groupes d'élèves et organiser la présentation des réponses de manière à ce que différentes approches soient confrontées.

### Enoncés

1. Huit personnes vont à une fête. Chacune apporte 5 cakes. Combien de cakes y a-t-il en tout ? Si chacune en mange trois, combien en reste-t-il ?
3. Tu dois disposer 12 raviers de crème vanille sur un plateau en 3 rangées. Représente la situation par un schéma. Combien y a-t-il de raviers dans chaque rangée ?
4. Tu dois disposer 28 verres en 4 rangées. Combien y a-t-il de verres sur chaque rangée ?
5. On range 50 bouteilles vides dans des casiers qui peuvent contenir 24 bouteilles. De combien de casiers a-t-on besoin ? Combien de places reste-t-il dans le dernier bac ?

## 6. Utiliser une calculatrice

### Enjeux

Les enjeux sont analogues à ceux de l'exemple précédent mais les problèmes engagent des nombres plus grands, des situations légèrement plus touffues. Outre le travail de modélisation (choisir l'opération adéquate), l'élève apprend des stratégies pour vérifier les résultats affichés par la calculatrice (refaire plusieurs fois la même opération, prévoir l'ordre de grandeur).

### Enoncés

1. Sandra a 425 choux à planter. Elle les plante en lignes en mettant 17 choux dans chaque ligne. Combien de lignes doit-elle faire ? Il gèle et 167 choux sont perdus. Combien en reste-t-il ? Sandra pèse les choux quand ils sont à maturité. Les quatre plus gros pèsent 1240 g, 1180 g, 1410 g et 1370 g. Combien pèsent ces quatre choux réunis ?
2. Un camion transporte un chargement de 1500 kg. Peut-il transporter 17 boîtes pesant chacune 85 kg ? Peut-il transporter 7 boîtes pesant chacune 240 kg ? Combien de boîtes de 25 kg peut-il transporter ?

3. Ce tableau indique le nombre de bouteilles de lait vendues en une semaine.

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Bouteilles de lait entier	882	793	770	761	894	936	506
Bouteilles de lait écrémé	438	420	398	440	501	487	326

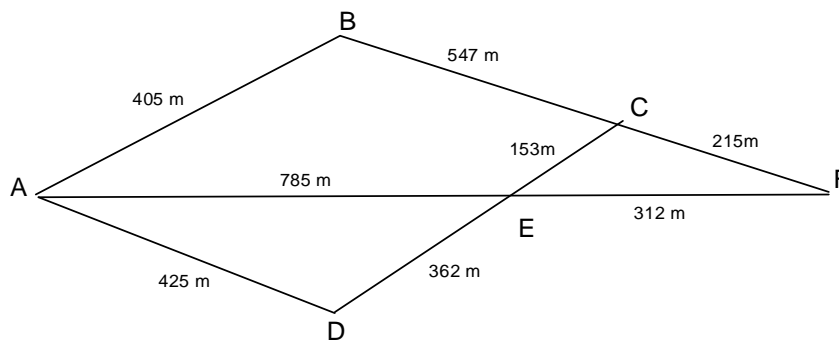
Combien y a-t-il de bouteilles de lait entier ? Combien y a-t-il de bouteilles vendues le lundi ? Quel est le jour où la vente de lait est la moins importante ?

4. Un bocal de café vide pèse 412 g. On le remplit avec 200 g de café et on dispose 12 bocaux remplis dans une caisse. La caisse vide pèse 327 g. Que pèse un bocal rempli de café ? Que pèsent 12 bocaux remplis de café ? Que pèse la caisse pleine ?

5. Douze bocaux de café coûtent 23,52 € Combien coûte chaque bocal ?

6. J'ai loué une cassette vidéo que j'ai gardée pendant une semaine. Cela m'a coûté 24,50 € Combien cela me revient-il par jour ?

9. Voici le schéma qui montre les distances entre différents lieux (ABCDEF).



Si la route de A à E est impraticable, quel est le trajet le plus court pour se rendre de A à F ? Quelle est la distance parcourue ? Indique les lieux de passage dans le bon ordre.

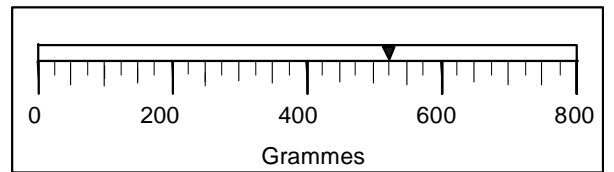
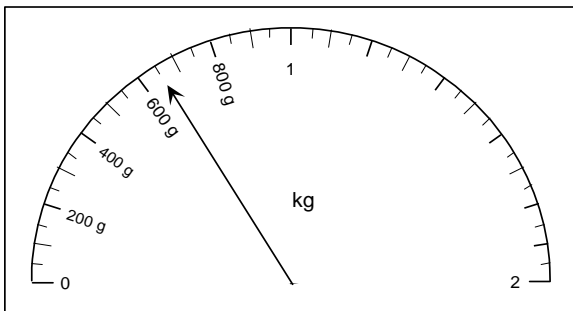
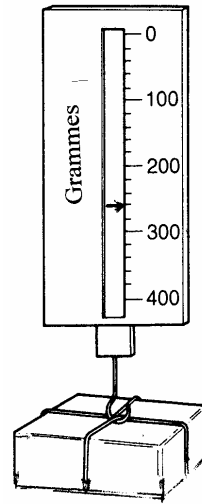
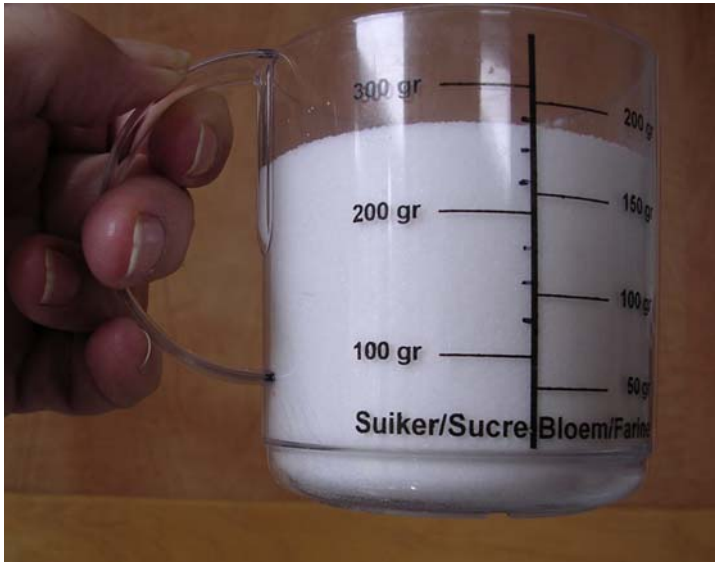
## 7. Graduations

Enjeux

Il s'agit ici de s'exercer à lire différents cadrans et de dégager une méthode pour déterminer les sous-graduations d'un système de mesure.

Déroulement

Le professeur remet aux élèves une copie des images ci-dessous (qui servent à déterminer des températures ou des poids) ou de toute autre image qui montre un repère gradué. Chaque élève doit déterminer les différentes mesures.



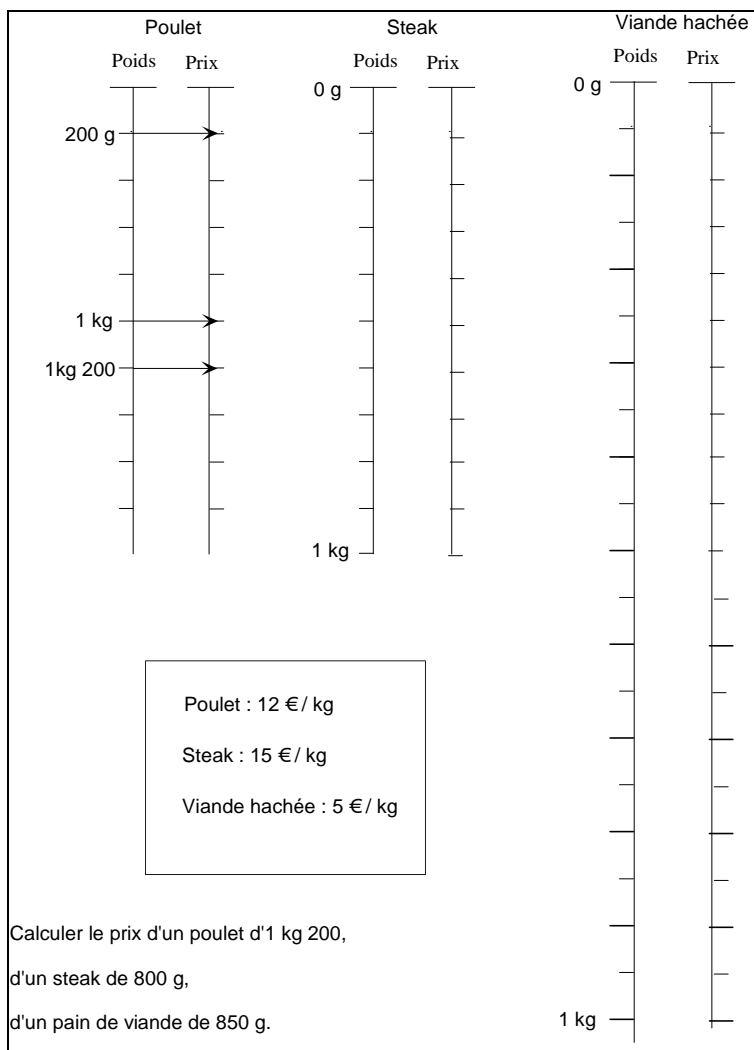
## 8. Calculer le prix en fonction du poids

### Enjeux

Dans cette activité, l'élève met en relation une échelle de mesures de poids<sup>3</sup> avec une échelle de prix. Ce diagramme donne des clés pour comprendre les propriétés d'un tableau de proportionnalité.

### Déroulement

Les élèves se servent des diagrammes qui figurent sur la fiche de travail ci-dessous pour calculer des prix en fonction du poids. Le professeur met en évidence les principes qui sous-tendent les procédés utilisés. Pour calculer par exemple le prix de 200 g de poulet connaissant le prix d'un kilo, on constate que le poids est divisé par 5, on effectue donc la même division à partir du prix correspondant. Pour déterminer le prix d'1 kg 200, on additionne les prix qui correspondent à 1 kg et à 200 g.



Une synthèse s'ensuit qui dégage les propriétés dont on se sert dans les situations de proportionnalité.

<sup>3</sup> Nous employons le mot poids dans le sens commun. La distinction que l'on peut faire entre poids et masse peut être négligée sans dommage dans le contexte qui nous occupe.

## 9. Utiliser un support pour déterminer un pourcentage

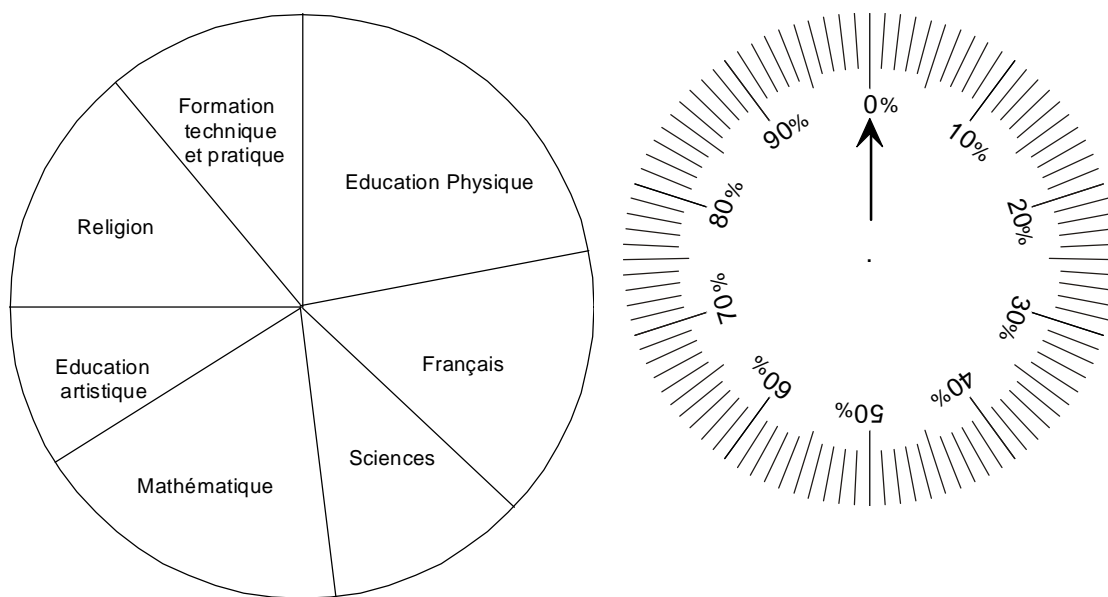
Enjeux

Approcher la notion de pourcentage à partir d'un support gradué.

Déroulement

Les élèves disposent d'un rapporteur gradué en centièmes (le professeur peut photocopier sur transparent le rapporteur ci-dessous), ils répondent aux questions.

Ce diagramme circulaire montre les résultats d'une enquête faite auprès de 200 élèves d'une école. On leur a demandé quel cours ils préféreraient. Le professeur demande aux élèves d'utiliser leur rapporteur pour déterminer le pourcentage d'élèves qui figurent dans chaque catégorie. Il leur apprend ensuite comment calculer le nombre d'élèves correspondant.



Avec le même rapporteur, ils peuvent réaliser un diagramme circulaire pour présenter les informations suivantes concernant les usagers du chemin de fer pour une ligne donnée.

Titres de transport	Pourcentage des passagers
2e classe avec abonnement	48 %
2e classe avec ticket	36 %
1ere classe avec abonnement	10 %
1ere classe avec ticket	6 %

## 10. Réaliser une enquête

### Enjeux

Réaliser une enquête à partir de directives que l'on dégage en classe en fonction du sujet.

Introduire les mots « effectif et répétition ».

Présenter les données sous forme d'un diagramme.

### Déroulement

Le professeur raconte que plusieurs élèves d'une autre école ont décidé de comparer le trafic dans leurs quartiers respectifs, ils se sont posté à différents carrefours et ont relevé tous les passages de véhicules au même moment et pendant la même durée.

Voici un ensemble de données relevées par un élève un mercredi de 16.00 à 16.10 qui a utilisé les abréviations suivantes :

Véhicules	Voitures	Camions	Bus	Vélos	Trams	Motos	Camionnettes
Codes	V	C	B	vé	T	M	ct

C	B	V	V	V	T	M	V
V	V	B	C	V	V	T	B
M	V	V	M	vé	V	V	ct
C	V	V	M	V	V	B	C
T	V	V	V	M	vé	V	V
V	C	B	T	vé	V	ct	

Le professeur demande aux élèves comment présenter ces données de manière à ce qu'on puisse comparer facilement le nombre de véhicules de chaque sorte et voir immédiatement quel type de véhicule passe le plus souvent, quel type de véhicule passe le moins souvent. Il les aide à réaliser un diagramme en bâtonnets.

Il propose alors de faire un relevé analogue concernant le nombre de passagers par véhicule en se postant au croisement de deux rues proches de l'école ou du domicile. On affiche les différents diagrammes et on les compare. C'est l'occasion d'écrire des rapports et de calculer les pourcentages correspondants.

# 11. Quatre triangles rectangles isocèles

## Enjeux

Construire des figures aux instruments, découvrir quelques propriétés du triangle rectangle et de quadrilatères. Repérer des figures qui sont leur propre image par une symétrie. Aborder les notions d'aire et de périmètre.

## Déroulement

Chaque élève construit et découpe quatre triangles rectangles isocèles (4 cm pour les côtés de l'angle droit). Il les assemble pour former un polygone et reproduit la figure obtenue dans son cahier. Il cherche une autre façon d'assembler les triangles et en garde à nouveau la trace dans son cahier. Il tente de construire de cette façon le plus possible de figures.

Le professeur oriente alors le travail vers les activités suivantes :

- caractériser les figures obtenues,
- s'assurer qu'on a trouvé tous les triangles et tous les quadrilatères possibles.
- repérer les figures superposables
- repérer les figures qui possèdent un axe, un centre de symétrie.
- comparer les aires et les périmètres de ces figures,
- repérer des figures qui ont même aire et qui ne sont pas superposables,
- repérer des figures qui ont même aire mais pas même périmètre,
- repérer des figures qui ont même aire et même périmètre et qui ne sont pas superposables.

Voici quelques figures que l'on obtient de cette façon :

